

**Linearne jednačine i sistemi linearnih jednačina. Linearne nejednačine. Linearne funkcije.**

1. Rešiti jednačinu:
$\frac{x-3}{x^2-6x+9} = 0;$
2. Rešiti jednačinu ( $a \in \mathbb{R}$ ):
$(a^2 - 4a + 3)x = a^2 - a - 6;$
3. Rešiti jednačinu:
$ x-2  +  x-3  +  2x-8  = 9;$
4. Rešiti jednačine:
$\frac{15x+54}{5x+24} - 3 = \frac{3(4x-1)}{10x+4} - \frac{6x}{5x+24};$
$3 - \frac{9}{2x-5} + \frac{3x}{3x-2} = 5 - \frac{2x}{2x-5};$
5. Rešiti jednačinu:
$\frac{2x+19}{5x^2-5} - \frac{17}{x^2-1} - \frac{3}{1-x} = 0;$
6. Rešiti jednačinu:
$\frac{6u+5}{4u+3} + \frac{3u-7}{3-4u} = \frac{12u^2+30u-21}{16u^2-9};$
7. Dokazati da sledeća jednačina nema rešenja:
$\frac{1}{x} + \frac{2}{x(x-1)} = \frac{1}{x(x-1)};$
8. Da li su ekvivalentne sledeće jednačine:
$\frac{x^2-1}{x-1} = 2 \text{ и } x+1 = 2;$
$\frac{x^2-1}{x-1} = 3 \text{ и } x+1 = 3;$
9. Date su jednačine:
$\frac{2a-x}{3} + \frac{x}{2} = \frac{5}{3} \text{ и } \frac{y}{2} + y - a = 1.$
a) Rešiti jednačine po $x$ i $y$ .
b) Odrediti $a$ tako da je $x = y$ i naći to zajedničko rešenje.
10. Rešiti jednačinu ( $a \in \mathbb{R}$ ):
$\frac{x-2a}{x+2a} = \frac{x-a}{x+7a};$
11. Rešiti jednačinu:
$ 2x-1  = 3x+1$
12. U razredu su $\frac{3}{7}$ učenika - devojčice. Ako bi došle još četiri devojčice, tada bi u razredu bio jednak broj devojčica i dečaka. Odrediti koliko je učenika u razredu bilo.
13. Rešiti sledeći sistem jednačina:

$$\frac{4x + 5y}{3} = \frac{x - 3y}{2} + 4,$$

$$\frac{3x + y}{2} = \frac{2x + 7y}{3} - 1;$$

14. Uvođenjem novih nepoznatih rešiti sistem jednačina:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{y+1} = \frac{5}{4},$$

$$\frac{4}{x} - \frac{7}{y+1} = \frac{1}{4};$$

15. Rešiti sistem jednačina:

$$5x - 6y + z = 4,$$

$$3x - 5y - 2z = 3,$$

$$2x - y + 3z = 5.$$

16. Takmiče se tri brigade drvoseča. Prva i treća brigada oborile su dva puta više drva, nego druga, a druga i treća, tri puta više, nego prva. Koja je brigada pobedila u ovom takmičenju?

17. Rešiti nejednačinu:

$$10(x-1) - \frac{3-x}{2} \leq 5(x+2) - \frac{4-x}{5} - x.$$

18. Rešiti sistem nejednačina:

$$2(3x-1) < 3(4x+1) + 16, \quad 4(2+x) < 3x+8;$$

19. Rešiti nejednačinu:

$$0 < \frac{3x-1}{2x+5} < 1;$$

20. Ako je  $a > b \geq 0$ , naći skup rešenja nejednačine:

$$ax + \frac{b}{x} < a + b.$$

21. Rešiti nejednačinu:

$$\frac{2}{1+|x|} - \frac{1}{|x|-1} < 0;$$

22. Rešiti nejednačinu:

$$\frac{|x+2|}{x^2-3x+2} \leq 1;$$

23. Rešiti nejednačinu:

$$\sqrt{4x^2 - 4x + 1} < 3 - x;$$

24. Odrediti vrednost  $a$  za koju funkcija  $y = ax - 1/2$ , ima nulu za  $x = -2$ .

25. U funkciji  $y = ax + b$  odrediti realne parametre  $a$  i  $b$  tako da njenom grafiku pripadaju tačke  $A(3, -4)$  i  $B(-2, 1)$ .

26. U funkciji  $y = (m-4)x - 3m + 10$  odrediti parametar  $m \in \mathbb{R}$ , tako da tačka  $A(1, 2)$  pripada grafiku funkcije.

27. U funkcijama  $y = (a-3)x + (a-2)$  i  $y = (2a+1)x - (3a-1)$  odrediti parametar  $a$  da grafici budu paralelni.

28. U funkciji  $y = (2m-3)x + m - 1$  odrediti parametar  $m$  tako da grafik funkcije sa  $Ox$  osom gradi:

a) oštar ugao b) tup ugao c) nula ugao
29. Nacrtati grafik funkcije: $y =  2x + 4  - 2;$
30. Nacrtati grafik funkcije: $y = x + \frac{ x }{x};$
31. Odrediti parametar $k$ tako da sledeća funkcija bude rastuća: $y = \frac{3k - 1}{k - 2}x + 2k - 1$
32. Odrediti vrednost $b$ ako je $x = -1/3$ nula funkcije $y = 2x + b$ .
33. U funkciji $y = (a - 1)x - (a + 2)$ odrediti parametar $a$ tako da grafik funkcije seče $Ox$ osu u tački čija je apscisa $x = 5$ .

### Kvadratne jednačine i nejednačine. Kvadratne funkcije.

1. Rešiti jednačinu: $x - \frac{x + 10}{x + 3} = 2.$
2. Rešiti jednačinu: $2 + \frac{2x - 1}{x + 2} = \frac{4x + 3}{2x + 1};$
3. Za koje vrednosti realnog broja $p$ su rešenja jednačine suprotna: $x^2 + 3(p^2 - 1)x - p - 3 = 0;$
4. Rešiti jednačinu: $2x^2 -  5x - 2  = 0;$
5. U kvadratnoj jednačini $(5k - 1)x^2 - (5k + 2)x + 3k - 2 = 0$ odredite parametar $k \in \mathbb{R}$ tako da rešenja budu dvostruka.
6. Sastaviti bar jednu kvadratnu jednačinu čija su rešenja $x_1 = -6$ i $x_2 = -1$ .
7. U jednačini $x^2 - 7x + m - 1 = 0$ odrediti realan broj $m$ ako je $x_1 = x_2 + 3$ .
8. U jednačini odrediti realni parametar $m$ tako da rešenja jednačine zadovoljavaju datu relaciju: $x^2 - 3mx + m^2 = 0, \quad x_1^2 + x_2^2 = 112.$
9. Primenom Vietovih formula odrediti vrednost realnog parametra $m$ tako da rešenja jednačine $x^2 - 2(m - 1)x - 4m = 0$ budu negativna.
10. Naći tri uzastopna cela broja čiji je zbir kvadrata jednak 110.
11. Rešiti kvadratnu jednačinu, gde je $m$ realni parametar. $\frac{mx^2 - 1}{(mx - 1)^2} - \frac{(m - 1)x^2}{m^3x^2 - m(2mx - 1)} = \frac{1}{m}.$
12. Dokazati da za kvadratnu jednačinu $ax^2 + bx + c = 0$ važi relacija: $x_2^2 - x_1^2 = -\frac{b}{a^2}\sqrt{b^2 - 4ac};$
13. U jednačini $x^2 + px + q = 0$ odrediti relaciju između realnih parametara $p$ i $q$

ako njena rešenja zadovoljavaju jednakost $3x_1 - 2x_2 = 15$ .
14. Rešiti nejednačinu: $\frac{1-x}{x} \leq \frac{2-x}{x-1};$
15. Rešiti sistem nejednačina: $0 \leq \frac{x^2+x}{x^2-6x+9} \leq \frac{1}{2}.$
16. Rešiti nejednačinu: $\frac{x^2-4 x +3}{x^2-4} < 0;$
17. U jednačini $x^2 - (m+1)x + m + 4 = 0$ odrediti realan parametar $m$ tako da oba rešenja budu negativna.
18. Ako su $x_1$ i $x_2$ rešenja kvadratne jednačine $(m+1)x^2 - (m-1)x + m = 0$ , odrediti realan parametar $m$ tako da važi relacija $x_1^2 + x_2^2 \geq 1$ .
19. Rešiti sistem kvadratnih jednačina: $x + y^2 = 7, xy^2 = 12.$
20. Rešiti sistem kvadratnih jednačina: $\frac{a}{x+y} + \frac{b}{x-y} = 1, x^2 - y^2 = 4ab, a, b \in \mathbf{R}.$
21. Rešiti sistem jednačina: $ x+y  = 5,  xy  = 6;$
22. Rešiti jednačinu ( $n \in \mathbf{R}$ ): $\frac{x^2+1}{n^2x-2n} - \frac{1}{2-nx} = \frac{x}{n}$
23. Rešiti jednačinu: $\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x+2} + \sqrt{x+27} - 10\sqrt{x+2} = 4.$
24. Proizvod dva broja je 180. Ako se svaki činilac uveća za 3, proizvod postaje 270. Koji su to brojevi?
25. Zbir kvadrata dva broja je 400. Ako se prvi uveća za 6, drugi za 8, zbir kvadrata tada je 900. Koji su to brojevi?
26. Dvocifreni broj je tri puta veći od zbira svojih cifara, a kvadrat zbira tih cifara je jednak trostrukom traženom broju. Odrediti taj broj.
27. Dokazati da sledeća jednačina nema rešenja: $\sqrt{x-5} + \sqrt{2-x} = 8;$
28. Rešiti sledeći sistem jednačina u skupu realnih brojeva: $2x^2 - 3xy + 5y = 5, (x-2)(y-1) = 0.$
29. Rešiti jednačinu: $2\sqrt{x+5} = x+2;$
30. Naći oblast definisanosti funkcije: $y = \sqrt{\frac{x-4}{x^2-4x+3}}.$
31. Za koje vrednosti realnog parametra $a$ jednačina

$ x^2 - 2x - 3  = a;$
ima maksimalan broj različitih realnih rešenja?
32. Naći realna rešenja jednačine:
$\sqrt[4]{629 - x} + \sqrt[4]{77 + x} = 8;$
33. Skicirati grafik funkcije:
$y =  x^2 - x - 2 ;$

**Eksponecijalne i logaritamske jednačine i nejednačine. Eksponecijalne i logaritamske funkcije.**

1. Skicirati grafik funkcije:
$y = 2 \cdot 3^x, x \leq 3;$
2. Skicirati grafik funkcije:
$y = 5^{-x}, -3 \leq x < 0;$
3. Rešiti jednačinu:
$\left(\frac{4}{5}\right)^{0,2x} = \frac{125}{64};$
4. Rešiti jednačinu:
$\left(\frac{1}{27}\right)^x = 81;$
5. Rešiti jednačinu:
$2^x \cdot 3^{x+1} = 18;$
6. Rešiti jednačinu:
$4^{x+1} + 4^x = 320;$
7. Rešiti jednačinu:
$10 \cdot 2^x - 4^x = 16;$
8. Rešiti jednačinu:
$9^x + 6^x = 2 \cdot 4^x;$
9. Rešiti jednačinu:
$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 30;$
10. Rešiti jednačinu:
$5^{x+1} - 5^{x-1} = 24;$
11. Rešiti sistem jednačina:
$4 \cdot 4^x = 8^y, 2 \cdot 2^y = 2^x;$
12. Rešiti sistem jednačina:
$x^y = 243, \sqrt[5]{1024} = \left(\frac{2}{3}x\right)^2;$
13. Rešiti nejednačinu:

$2^{x+2} > \left(\frac{1}{4}\right)^{1/x};$
14. Rešiti nejednačinu: $2^x + 2^{-x+1} - 3 < 0;$
15. Rešiti nejednačinu: $(x-3)^{2x^2-7x} > 1;$
16. Odrediti $x$ ako je: $\log_x 125 = 3;$ $\log_{36} x = -\frac{1}{2}.$
17. Izračunati: $\log_{5/7} \frac{25}{49};$ $\log_5 \sqrt{5};$
18. Logaritmovati izraze: a) $A = 2ab;$ б) $A = \frac{4a^2}{b};$
19. Odrediti $x$ ( $a, b > 0$ ): $\log_2 x = \log_2 a + \log_2 b;$
20. Izračunati: $\log_2 8 - 2 \log_6 3 - \log_6 4;$
21. Dokazati da je: $\log_4 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 2 = \frac{1}{2};$
22. Koji je broj veći: $\log_3 108$ или $\log_5 375$
23. Izračunati: $\log_6 9$ , ако је $\log_6 2 = k;$
24. Dokazati jednakost ( $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$ ): $b^{\log_a c} = c^{\log_a b}$
25. Rešiti jednačinu: $\log_4 \log_3 \log_2 x = 0;$
26. Rešiti jednačinu: $\log_3 x + \log_9 x + \log_{81} x = 7;$
27. Rešiti jednačinu: $3^{x+1} + 18 \cdot 3^{-x} = 29;$
28. Rešiti sistem jednačina: $\log_y x - \log_x y = \frac{8}{3}, xy = 16;$
29. Rešiti nejednačinu:

	$\log_2(3x - 2) < 0;$
30. Rešiti nejednačinu:	$\log_{1/5} \frac{4x + 6}{x} \geq 0;$
31. Rešiti nejednačinu:	$\log_{2x+3} x^2 < 1;$
32. Rešiti jednačinu:	$5^x + 12^x = 13^x.$
33. Rešiti jednačinu:	$(\sqrt{5 + \sqrt{24}})^x + (\sqrt{5 - \sqrt{24}})^x = 10;$
34. Dokazati nejednakost:	$\log_7 8 < \log_6 7;$